Übungsblatt 8
(für die 24. Kalenderwoche 2008)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Sommersemester 2008

Magdeburg, 3. Juni 2008

1*. Für ein $n \geq 1$ sei die Sprache $L_n \subseteq \{a, b\}^*$ definiert als

$$L_n = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = uav \text{ mit } u \in \{a, b\}^* \text{ und } v \in \{a, b\}^{n-1}\}.$$

Man bestimme die Menge der Äquivalenzklassen von L_n. (Siehe auch Aufgabe 4 des Übungsblattes 6.)

2. Gegeben sei der deterministische endliche Automat $A = (\{a, b\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}, z_0, \{z_0, z_2\}, \delta)$ mit der folgenden Überführungsfunktion δ:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
a	z_0	z_3	z_0	z_3	z_5	z_5
b	z_1	z_2	z_3	z_0	z_5	z_4

   a) Konstruieren Sie gemäß dem in der Vorlesung behandelten Algorithmus den zu A äquivalenten minimalen deterministischen endlichen Automaten.

   b) Konstruieren Sie gemäß des des Algorithmus von Hopcroft/Ullman (siehe Anlage) den zu A äquivalenten minimalen deterministischen endlichen Automaten.

3. Gegeben sei der deterministische endliche Automat $A = (\{a, b\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}, z_0, \{z_0, z_2\}, \delta)$ mit der folgenden Überführungsfunktion δ:

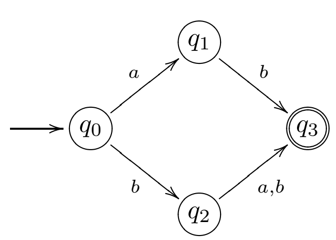
δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
a	z_1	z_4	z_1	z_0	z_4	z_2
b	z_3	z_2	z_5	z_4	z_4	z_4

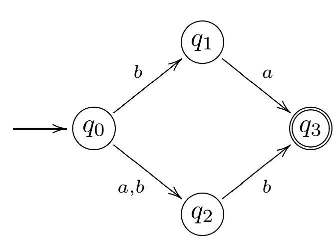
   a) Konstruieren Sie gemäß dem in der Vorlesung behandelten Algorithmus den zu A äquivalenten minimalen deterministischen endlichen Automaten.

   b) Konstruieren Sie gemäß des des Algorithmus von Hopcroft/Ullman (siehe Anlage) den zu A äquivalenten minimalen deterministischen endlichen Automaten.

4. Bestimmen Sie den asymptotischen Zeitaufwand des Algorithmus von Hopcroft/Ullman (siehe Anlage) in Abhängigkeit von $|X|$ und $|Z|$ des gegebenen Automaten $A = (X, Z, z_0, F, \delta)$.

5. Zeigen Sie, dass die Eigenschaft der Eindeutigkeit (bis auf Benennung der Zustände) von deterministischen Minimalautomaten nicht auf nichtdeterministische endliche Automaten übertragbar ist. Benutzen Sie dazu die nichtdeterministischen endlichen Automaten, die durch folgende Graphen dargestellt werden.





b. w.

Anlage – Algorithmus nach Hopcroft/Ullman

Es sei $A = (X, Z, z_0, F, \delta)$ ein deterministischer endlicher Automat (ohne unerreichbare Zustände).

Es ist folgender Algorithmus für das Finden der „unterscheidbaren" (also nicht-äquivalenten) Paare von Zuständen (werden hier markiert) gegeben (siehe zum Beispiel *John E. Hopcroft, Jeffrey D. Ullman*: Einführung in die Automatentheorie, Formale Sprachen und Komplexitätstheorie, Addison Wesley, Bonn, 1990, Abbildung 3.8, Seite 75).

Algorithmus nach Hopcroft/Ullman:

Input: Menge aller Paare $\{p, q\}$ von verschiedenen Zuständen aus Z
Output: Menge aller Paare unterscheidbarer Zustände aus Z (markiert)

begin
  for $p \in F$ und $q \in Z \setminus F$ **do** markiere $\{p, q\}$ (1)
  for jedes nicht markierte Paar von Zuständen $\{p, q\}$ (2)
      in $F \times F$ oder $(Z \setminus F) \times (Z \setminus F)$ **do**
    if für ein $a \in X$ ist $\{\delta(p, a), \delta(q, a)\}$ markiert **then** (3)
      begin
        Markieren von $\{p, q\}$; (4)
        Rekursives Markieren aller nicht markierter Paare auf der Liste (5)
          für $\{p, q\}$ und auf den Listen der anderen Paare,
          die bei diesem Schritt markiert werden.
      end
    else /* es ist kein Paar $\{\delta(p, a), \delta(q, a)\}$ markiert */
      for alle $a \in X$ **do** (6)
        $\{p, q\}$ ist auf die Liste für $\{\delta(p, a), \delta(q, a)\}$ zu setzen, (7)
          falls nicht $\delta(p, a) = \delta(q, a)$ gilt.
end