

# Übungsblatt 5

## (für die 21. Kalenderwoche 2008)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Sommersemester 2008

Magdeburg, 30. April 2008

1. Gegeben ist ein Homomorphismus  $h : \{0, 1\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$  durch  $h(0) = aa$  und  $h(1) = aba$ .

- Bestimmen Sie  $h(L_1)$  für  $L_1 = \{0^i 1 \mid i \geq 0\}$ .
- Bestimmen Sie  $h^{-1}(L_2)$  für  $L_2 = \{ab, ba\}^* \cdot \{a\}$ .

2. Für zwei Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  sei der *Quotient (Rechtsquotient)* von  $L_1$  nach  $L_2$  definiert durch

$$L_1/L_2 = \{w \in X^* \mid \exists v \in L_2 \text{ mit } wv \in L_1\}.$$

Zeigen Sie, dass die regulären Mengen unter Quotientenbildung mit beliebigen Sprachen abgeschlossen sind, d. h. für  $L_1 \in \mathcal{L}(\text{REG})$  und  $L_2 \subseteq X^*$  gilt  $L_1/L_2 \in \mathcal{L}(\text{REG})$ .

- 3\* Für  $L \subseteq \Sigma^*$  sei  $L/2$  die Menge aller Wörter  $w \in \Sigma^*$ , so dass es ein Wort  $x$  gleicher Länge wie  $w$  mit  $wx \in L$  gibt. Es sei ein DEA für  $L$  gegeben. Gibt es stets einen DEA für  $L/2$ ?
4. Eine kontextfreie Grammatik  $G = (N, T, P, S)$  heißt *linear*, wenn für alle Regeln  $A \rightarrow \alpha \in P$  die rechte Seite  $\alpha$  höchstens ein Nichtterminal enthält.

Wir sagen, ein Kellerautomat  $M = (X, Z, \Gamma, z_0, F, \delta)$  macht eine *Wendung*, wenn er eine Konfigurationsfolge

$$(w_1, z_1, \alpha_1 \#) \models (w_2, z_2, \alpha_2 \#) \models (w_3, z_3, \alpha_3 \#)$$

mit  $|\alpha_2| > |\alpha_1|$  und  $|\alpha_2| > |\alpha_3|$  erzeugt. Eine Wendung tritt also auf, wenn die Länge des Kellers eine „Spitze“ hat.

Ein Kellerautomat  $M$  heißt *Kellerautomat mit einer Wendung*, wenn jedes Wort, das  $M$  akzeptiert, durch eine Konfigurationsfolge erzeugt wird, die höchstens eine Wendung hat.

Zeigen Sie, dass die linearen Sprachen unter folgenden Operationen abgeschlossen sind.

- Vereinigung,
- Homomorphismus,
- Schnittbildung mit regulären Mengen.

*Hinweis:* Man zeige skizzenhaft, dass eine Sprache genau dann linear ist, wenn sie von einem Kellerautomaten mit einer Wendung akzeptiert wird und verwende diese Äquivalenz.

5. Zeigen Sie skizzenhaft, dass die linearen Sprachen nicht unter folgenden Operationen abgeschlossen sind.

- Konkatenation,
- Kleene-Abschluss.

---

\*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.