Theoretische Informatik II (Bachelor)

Übungsblatt 2
(für die 16. Kalenderwoche 2008)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Sommersemester 2008

Magdeburg, 8. April 2008

1. Eine Funktion $p : \mathbb{N}^n \to \{0,1\}$ heißt *Prädikat*. Wir bezeichnen mit neg, and, or, imply bzw. equiv die Booleschen Funktionen, die den üblichen aussagenlogischen Operationen Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz entsprechen.

   Es seien $p, p_1, p_2 : \mathbb{N}^n \to \{0,1\}$ Prädikate, die primitiv-rekursiv sind. Man zeige, dass die Funktionen $\mathrm{neg}(p)$, $\mathrm{and}(p_1,p_2)$, $\mathrm{or}(p_1,p_2)$, $\mathrm{imply}(p_1,p_2)$ und $\mathrm{equiv}(p_1,p_2)$ ebenfalls primitiv-rekursiv sind.

2. Zeigen Sie, dass die Basisfunktion P für die Definition der primitiv-rekursiven Funktionen redundant ist.

3. Man zeige: Die Funktionen mod, div, gcd und prime sind primitiv-rekursiv, wobei wir

   $$\begin{aligned} \mathrm{mod}(m,n) &= \text{Rest beim Dividieren von } m \text{ durch } n, \\ \mathrm{div}(m,n) &= \text{Ganzzahlige Division } m \text{ durch } n, \\ \mathrm{gcd}(m,n) &= \text{Größter gemeinsamer Teiler von } m \text{ und } n \\ \mathrm{prime}(n) &= \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ eine Primzahl ist,} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \end{aligned}$$

   definieren.

   Hinweis: Man gehe in er angegebenen Reihenfolge vor.

4. Zeigen Sie, dass die Funktion $\mathrm{slog} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit

   $$\mathrm{slog}(m,n) = \lceil \log_{m+2}(n+1) \rceil$$

   partiell-rekursiv ist!

5. Es sei $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine partiell-rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

   $$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{falls } g(x) \text{ definiert und } g(x) > 0, \\ \text{nicht definiert} & \text{sonst} \end{cases}$$

   ebenfalls partiell-rekursiv ist.