Theoretische Informatik 1 (Bachelor)

Übungsblatt 9
(für die 50. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 4. Dezember 2007

1. Zu jeder λ-freien und reduzierten Grammatik $G = (N, T, P, S)$ kann man eine äquivalente λ-freie und reduzierte Grammatik G' konstruieren, die keine Regeln der Form $A \to B$ mit $A, B \in N$ (sogenannte *Kettenregeln*) besitzt, nämlich in folgender Art und Weise.

   Zuerst bestimmen wir für jedes $A \in N$ die Menge $M_A = \{B \in N \mid B \overset{*}{\Longrightarrow} A\}$.

   Für jede Regel $p = A \to w$ mit $w \notin N$ aus G definieren wir

   $$P_p = \{B \to w \mid B \in M_A\}$$

   und weiter

   $$P' = \bigcup_{p \in P} P_p\,.$$

   Dann besitzt $G' = (N, T, P', S)$ keine Kettenregeln und es lässt sich beweisen, dass $L(G) = L(G')$ ist.

   Gegeben ist die die Grammatik $G = (\{A, B, C, D, S\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den Regeln

   $$\begin{aligned} &S \to D \mid \lambda \\ &D \to ADA \mid DA \mid AA \mid AD \mid A \mid ACA \mid CA \mid AC \mid C \\ &A \to aAa \mid aa \mid B \mid C \\ &B \to bB \mid b \\ &C \to cC \mid c \end{aligned}$$

   in P. Konstruieren Sie eine zu G äquivalente Grammatik G', die keine Kettenregeln enthält.

2. Geben Sie für die Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$ mit folgenden Regeln in P:

   $$\begin{aligned} &S \to aSd \mid A \mid C, \\ &A \to bAc \mid \lambda, \\ &B \to aAcA \mid \lambda, \\ &C \to aCa \mid bCb \end{aligned}$$

   eine Grammatik G' in Chomsky-Normalform mit $L(G') = L(G)$ an.

3. Kann jede kontextfreie Sprache, die das Leerwort nicht enthält, von einer kontextfreien Grammatik (N, T, P, S) erzeugt werden, deren Regeln in P alle von der Form

   $$A \to BCD \qquad \text{oder} \qquad A \to a$$

   mit $A, B, C, D \in N$ und $a \in T$ sind? Begründen Sie Ihre Antwort.

4. Beweisen Sie, dass jede endliche Sprache regulär ist.

5.* Für eine Sprache L sei L_{ger} die Menge der in L enthaltenen Wörter gerader Länge. Beweisen Sie, dass für reguläres L auch L_{ger} regulär ist.

*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.