zum 3.5.06

Serie 4

1. Gegeben seien folgende Signaturen in benutzerfreundlicher Notation:

$\Sigma_1 =$ sorts Real
opers one: → Real
mult: Real Real → Real
end

$\Sigma_2 =$ sorts Real
opers one: → Real
mult: Real Real → Real
div: Real Real → Real
end

Definieren Sie die entsprechende mengentheoretische Darstellung von Σ_2 gemäß Definition 2.1.

Desweiteren seien eine Σ_1-Algebra A und eine Σ_2-Algebra B wie folgt definiert:
$A_{Real} = B_{Real} = \{x: x \text{ ist reell und } x > 0\}$
$one_A = one_B = 1$
$mult_A = mult_B =$ Multiplikation positiver reeller Zahlen
$div_B =$ Division positiver reeller Zahlen.

a) Geben Sie zwei echte Σ_2-Unteralgebren von B an.
b) Geben Sie eine echte Σ_1-Unteralgebra D von A an, so dass es keine Σ_2-Unteralgebra E von B gibt, die die gleiche Trägermenge wie D hat.

2. Geben Sie für eine Signatur
sorts N
opers z: $\to$ N
s: N $\to$ N
end

und eine zugehörige Algebra B mit $B_N = \{0, 1, 2\}$, $z_B = 0$ und $s_B = \{(0,1), (1,2), (2,1)\}$ sämtliche Kongruenzrelationen an.

3. Σ=(S,OP) sei eine Signatur A sei Σ-Algebra und X= $(X_s : s \in S)$ sei eine Familie von Teilmengen der Trägermengen von A. Definieren Sie die von X erzeugte Teilalgebra von A.

4. Eine Signatur SIGMA
sorts M, N
opers f: M → N
sei gegeben. Geben Sie die von einer Teilmenge von M bzw. einer Teilmenge von N erzeugte Unteralgebra B einer SIGMA-Algebra A an.

5. Gegeben sei die Algebra A=({1, 2}, f) mit f={(1,2), (2,2)}.
Zeigen Sie, dass weder
(a) PH(A)=HP(A) noch
(b) PS(A)=SP(A) gilt.