

Termin: 19.04.2005

Aufgabe 1.1:

Es sei $L \subseteq \{a, b\}^*$ die Sprache $L = \{ab, aab, bab\}$.

- (a) Bestimmen Sie $L \times L$, $\mathcal{P}(L)$ und $L \cdot L$.
- (b) Welche der folgenden Wörter gehören zu L^* ?
 $\varepsilon, a, ab, aba, bababab, abbaab, abbababa$

Aufgabe 1.2:

Welche mengentheoretischen Beziehungen bestehen zwischen den folgenden Sprachen?

$$L_1 = \{a^n \mid n \geq 0\} \cdot \{b^n \mid n \geq 0\} \cdot \{c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cdot \{c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_3 = \{a^n \mid n \geq 0\} \cdot \{b^n c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_4 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}.$$

Aufgabe 1.3:

Es sei $f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ die Funktion mit

$$f(w) = \begin{cases} ww, & \text{falls } w \in \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ w, & \text{falls } w \in \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a = |u|_b\} \setminus \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ \text{nicht definiert,} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie $f(\varepsilon)$, $f(ab)$, $f(aba)$ und $f(abba)$.

Aufgabe 1.4:

Zeigen Sie, dass die Menge $\{a, b\}^*$ abzählbar unendlich ist.

Aufgabe 1.5:

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ vermöge $f(n) = n + 2$ berechnet.

Aufgabe 1.6:

Es sei $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, q\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, z_0, \square, \{q\})$ die Turingmaschine mit der folgenden Überföhrungsfunktion δ :

	z_0	z_1	z_2	z_3
\square	(z_3, \square, L)	(z_2, \square, R)	(z_2, \square, N)	(q, \square, R)
a	(z_0, a, R)	(z_1, a, L)	(z_0, \square, R)	(z_3, a, L)
b	(z_1, a, L)	(z_1, b, N)	(z_2, b, N)	(z_3, b, N)

Bestimmen Sie die von M berechnete Funktion $f_M : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$.