

Das Halteproblem

Gegeben: Algorithmus A , Eingabe x (Zeichenkette)

Frage: Hält A auf x ?

Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt keinen Algorithmus, der das Halteproblem entscheidet, d.h. der folgendes Verhalten hat.

Eingabe: Algorithmus A (kodiert durch Zeichenkette $c(A)$), Zeichenkette x
genauer: Zeichenkette $c(A)\#x$

Ausgabe: 1, falls A auf x hält

0, falls A auf x nicht hält

Unentscheidbarkeit des Halteproblems – Beweisidee

Annahme, es gäbe einen Algorithmus B der das Halteproblem entscheidet.

Dann gäbe es auch den Algorithmus B' mit folgendem Verhalten.

Für eine beliebige Eingabe $c(A)\#x$ arbeitet B' zunächst wie B .

Erhält man bei B die **Ausgabe 0**, so **stoppt** man.

Erhält man bei B die **Ausgabe 1**, so geht man in eine Endlosschleife (**stoppt nicht**).

Betrachte B' für die Eingabe $x = c(B')\#c(B')$:

B' hält für $x \iff B$ hat für x die Ausgabe 0 $\iff B'$ hält nicht für x .

Widerspruch, d.h. die **Annahme** ist falsch.

Details und Probleme des Beweises

- Algorithmus wird durch Zeichenkette kodiert.
 - Kodierung muss algorithmisch berechenbar sein.
 - Kodierung ist nur bei formaler Definition des Algorithmus möglich.
(z.B. Programmiersprache)
- Bei Beschränkung auf **ein** formales Modell ist die Beweisführung nur für Algorithmen **in diesem Modell** gültig.
 - Gibt es einen **universellen** Algorithmusbegriff?
 - **Abgeschwächt**: Gibt es einen Algorithmusbegriff, der alle bisher bekannten Algorithmusbegriffe umfasst?