

# Übungsblatt – Woche 2

## Semantik FOL

Wir betrachten folgende Interpretation  $\mathbb{I} = \langle \mathbb{U}, \text{int} \rangle$  mit  $\mathbb{U} = \{1, 2, 3, 4\}$  und einer Interpretationsfunktion  $\text{int}$ , welche Individuenkonstanten und Prädikatsymbole wie folgt interpretiert:

- $john \mapsto 3$
- $mary \mapsto 2$
- $Hungry \mapsto \{2\}$
- $Happy \mapsto \{3, 4\}$
- $Loves \mapsto \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$
- $\overset{\circ}{=} \mapsto \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die Wahrheit des folgenden Satzes in  $\mathbb{I}$ :

1.  $(\neg Hungry(mary) \wedge \neg Happy(john))$
2.  $(Hungry(mary) \leftrightarrow \neg Happy(mary))$
3.  $\forall x (\neg(x \overset{\circ}{=} mary) \rightarrow Happy(x))$
4.  $\exists x \exists y (Loves(x, y) \wedge (\neg Hungry(y) \wedge Hungry(x)))$

---

Im Folgenden betrachten wir folgende Aussagen

1. Antons Mutter ist Bea.
2. Antons Vater ist Claas.
3. Wenn  $x$  der Vater von  $y$  ist, dann ist  $x$  ein Mann und ein Vorfahre von  $x$ .
4. Wenn  $x$  die Mutter von  $y$  ist, dann ist  $y$  eine Frau und ein Vorfahre von  $x$ .
5. Kein Mann ist eine Frau.
6. Die *Vorfahre von* Relation ist transitiv, asymmetrisch und irreflexiv.

Gegeben sei folgendes Alphabet  $\mathbb{A} = \langle \text{Kon}, \text{Var}, \text{PS}, \text{FS}, \text{arity} \rangle$  mit

- $\text{Kon} = \{anton, bea, claas\}$
- $\text{PS} = \{\overset{\circ}{=}, \text{AncestorOf}, \overset{\circ}{\exists}, \overset{\circ}{\forall}\}$
- $\text{FS} = \{\text{mother}, \text{father}\}$
- $\text{arity} : \overset{\circ}{\exists} \mapsto 1, \overset{\circ}{\forall} \mapsto 1, \overset{\circ}{=} \mapsto 2, \text{AncestorOf} \mapsto 2, \text{mother} \mapsto 1, \text{father} \mapsto 1$

**Aufgabe 2** Formalisieren Sie die Sätze (1-6) in Prädikatenlogik erster Stufe mit Hilfe des gegebenen Alphabetes. Wir bezeichnen im Folgenden das Resultat ihrer Übersetzung mit  $\phi_1 - \phi_6$ .

**Aufgabe 3**

1. Geben Sie eine Interpretationsfunktion  $\mathbf{int}_1$  an, so dass für die Interpretation  $\mathbb{I}_1 = \langle \{1\}, \mathbf{int}_1 \rangle$  folgendes gilt:  $\mathbb{I}_1, \mathbf{v}_\emptyset \models \phi_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ).
2. Geben Sie eine Interpretation  $\mathbb{I}_2 = \langle \mathbb{U}_2, \mathbf{int}_2 \rangle$  an, so dass  $\mathbb{U}_2$  aus möglichst wenig Elementen besteht und  $\mathbb{I}_2, \mathbf{v}_\emptyset \models \phi_i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ).
3. Geben Sie eine Interpretation  $\mathbb{I}_3$  an, so dass  $\mathbb{I}_3, \mathbf{v}_\emptyset \models \phi_i$  ( $1 \leq i \leq 6$ ).