Logik

Übungsblatt 10
(für die 51. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2012/2013

Magdeburg, 11. Dezember 2012

1. *Definition*: Die Resolution einer Klausel R aus einer Klauselmenge $\mathcal{K}$ heißt *linear*, falls es Klauseln $R_0, R_1, R_2, \ldots, R_n$ so gibt, dass

$$R_0 \in \mathcal{K},$$
$$R_i \in \mathrm{res}(R_{i-1}, C_{i-1}) \text{ mit } C_{i-1} \in \mathcal{K} \cup \{R_1, R_2, \ldots, R_{i-2}\},\ 1 \leq i \leq n,$$
$$R_n = R$$

   gelten.

   Definition: Eine Resolution über einer Klauselmenge F heißt *Input-Resolution*, wenn bei jeder Bildung von Resolventen $Res(K_1, K_2)$ eine der Klauseln K_1 oder K_2 zur Ausgangsmenge F gehört.

   Zeigen Sie, dass jede Input-Resolution linear ist.

2. Zeigen Sie, dass es eine Klauselmenge gibt, aus der die leere Menge resolvierbar ist, für die es aber keine Input-Resolution (siehe Aufgabe 1) der leeren Menge gibt.

3. Man beweise, dass für die Klauselmenge eines beliebigen unerfüllbaren Hornausdrucks eine Input-Resolution (siehe Aufgabe 1) der leeren Menge existiert.

4. Untersuchen Sie, welche der folgenden Ausdrücke Tautologien sind, falls A und B beliebige prädikatenlogische Ausdrücke sind.

   a) $(\forall x A \rightarrow \exists x A)$
   b) $(\exists x A \rightarrow \forall x A)$
   c) $(\forall x(A \wedge B) \leftrightarrow (\forall x A \wedge \forall x B))$
   d) $(\forall x(A \vee B) \leftrightarrow (\forall x A \vee \forall x B))$
   e) $(\exists x(A \wedge B) \leftrightarrow (\exists x A \wedge \exists x B))$
   f) $(\exists x(A \vee B) \leftrightarrow (\exists x A \vee \exists x B))$