# Logik

## Übungsblatt 6
## (für die 47. Kalenderwoche)

*zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow*
*im Wintersemester 2012/2013*

Magdeburg, 13. November 2012

1. Beweisen Sie, dass es einen aussagenlogischen Ausdruck $A$ gibt, zu dem kein semantisch äquivalenter Ausdruck existiert, für dessen Aufbau nur Variablen, Klammern, $\wedge$ und $\vee$ verwendet werden.

2. Bestimmen Sie semantisch äquivalente Ausdrücke in konjunktiver Normalform sowie semantisch äquivalente Ausdrücke in disjunktiver Normalform zu den folgenden Ausdrücken. Verwenden Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie je einmal die Methode des semantisch äquivalenten Umformens.

$$A_1 = ((p_1 \to p_2) \wedge p_3),$$
$$A_2 = ((p_2 \leftrightarrow p_3) \vee (p_1 \vee p_3)),$$
$$A_3 = (((p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \to p_2)) \vee (p_1 \leftrightarrow p_3)).$$

3. Eine Alternative $A$ von Literalen heißt
   - *positiv*, falls $A = (p_1 \vee p_2 \vee \cdots \vee p_n)$,
   - *negativ*, falls $A = (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \cdots \vee \neg p_n)$

   für eine natürliche Zahl $n \geq 1$ gilt.

   Es sei $K = (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$, $m \geq 1$, ein aussagenlogischer Ausdruck in konjunktiver Normalform. Untersuchen Sie zu den folgenden Fällen, ob der Ausdruck $K$ erfüllbar ist.

   a) Keine der Alternativen $A_1, A_2, \ldots, A_m$ ist positiv.

   b) Keine der Alternativen $A_1, A_2, \ldots, A_m$ ist negativ.

4. Ermitteln Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen bezüglich der semantischen Äquivalenz in der Menge aller aussagenlogischen Ausdrücke mit den Variablen $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

5. Geben Sie die Definitionen der folgenden Begriffe wider.

   a) *Klausel*,

   b) *Resolvente* von Klauseln,

   c) $\mathrm{res}(K)$ für eine Menge $K$ von Klauseln,

   d) $\mathrm{res}^n(K)$ für $n \in \mathbb{N}_0$ für eine Menge $K$ von Klauseln sowie

   e) $\mathrm{res}^*(K)$ für eine Menge $K$ von Klauseln.

6. Bestimmen Sie für $k = 0, 1, 2, 3$

$$\mathrm{res}^k(\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, r\}, \{\neg r\}\}).$$

7. Bestimmen Sie $\mathrm{res}^*(K)$ für

$$K = \{\{p, q, r\}, \{\neg p\}, \{\neg q\}, \{\neg r\}\}.$$