

Logik

Übungsblatt 4 (für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2012/2013

Magdeburg, 30. Oktober 2012

1. Untersuchen Sie, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind.
 - a) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3) \vee ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow \neg p_3)$,
 - b) $((p_1 \wedge p_2) \vee p_3)$,
 - c) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_3))$,
 - d) $(\neg((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3) \vee p_3)$.
2. Geben Sie semantische Äquivalenzen oder Tautologien an, die wichtige Eigenschaften der aussagenlogischen Operationen widerspiegeln.
3.
 - a) Gibt es einen aussagenlogischen Ausdruck A derart, dass sowohl A als auch $\neg A$ Kontradiktionen sind? Falls ja, geben Sie einen an, falls nein, begründen Sie.
 - b) Gibt es einen aussagenlogischen Ausdruck A derart, dass sowohl A als auch $\neg A$ erfüllbar sind? Falls ja, geben Sie einen an, falls nein, begründen Sie.
4. Man beweise oder gebe ein Gegenbeispiel (F und G sind aussagenlogische Ausdrücke):
 - a) Falls $(F \rightarrow G)$ Tautologie ist und F Tautologie ist, so ist G Tautologie.
 - b) Falls $(F \rightarrow G)$ erfüllbar ist und F erfüllbar ist, so ist G erfüllbar.
 - c) Falls $(F \rightarrow G)$ Tautologie ist und F erfüllbar ist, so ist G erfüllbar.
5. Geben Sie die Definitionen der Begriffe *parallele Substitution* und *sequentielle Substitution* und Sätze über diese Substitutionen wieder.
6. Beweisen Sie mithilfe von Sätzen über parallele Substitution und/oder von Sätzen über sequentielle Substitution formal und ausführlich, dass jeweils die aussagenlogischen Ausdrücke
 - a) $\neg(A \rightarrow B)$ und $(A \wedge \neg B)$,
 - b) $(A \wedge (A \vee B))$ und Afür *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A und B semantisch äquivalent sind.