

Logik

Übungsblatt 13 (für die 4. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2011/2012

Magdeburg, 17. Januar 2012

1. Berechnen Sie das Produkt $2 \cdot 2$ mittels prädikatenlogischer Resolution.
2. Christine, Stephan und Katja gehören dem Alpenverein an. Jedes Mitglied des Alpenvereins ist entweder Snowboarder oder Bergwanderer oder beides. Kein Bergwanderer liebt den Regen, und alle Snowboarder lieben Schnee. Stephan liebt alles, was Christine nicht liebt und umgekehrt. Stephan und Katja lieben den Schnee. Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergwanderer und kein Snowboarder ist?

Formulieren Sie dieses Rätsel in einer prädikatenlogischen Sprache, und verwenden Sie die Methode der Antwortklausel, um es zu lösen.

3. Gegeben seien das Logikprogramm

$$F = \{\{p(x, z), \neg q(x, y), \neg p(y, z)\}, \{p(u, u)\}, \{q(a, b)\}\},$$

und die Zielklausel $G = \{\neg p(v, b)\}$, wobei x, y, z, u und v Variable sowie a und b Konstanten sind. Geben Sie zwei verschiedene Lösungen und eine Berechnung, die nicht erfolgreich ist, an.

4. Bestimmen Sie in der dreiwertigen Logik den Wert der folgenden Ausdrücke jeweils für die Belegungen

α mit $\alpha(p) = \alpha(q) = 1$ und $\alpha(r) = \alpha(s) = \times$ sowie

β mit $\beta(p) = \beta(q) = \times$, $\beta(r) = 1$ und $\beta(s) = 0$.

- a) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s$,
- b) $((s \rightarrow r) \rightarrow q) \rightarrow p$,
- c) $((p \vee \neg q) \wedge (\neg r \leftrightarrow \neg s)) \rightarrow \neg p$.

5. Offensichtlich induziert in der dreiwertigen Logik jeder aussagenlogische Ausdruck A mit n Variablen eine Funktion $f_A : \{0, 1, \times\}^n \rightarrow \{0, 1, \times\}$.

- a) Bestimmen Sie alle einstelligen Funktionen, die von Ausdrücken induziert werden.
- b) Zeigen Sie, dass es für jedes $n \geq 1$ eine Funktion $f : \{0, 1, \times\}^n \rightarrow \{0, 1, \times\}$ gibt, die nicht von einem Ausdruck induziert werden kann.