

Logik

Übungsblatt 12 (für die 3. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2011/2012

Magdeburg, 10. Januar 2012

1. *Definition:* Die Resolution einer Klausel R aus einer Klauselmenge \mathcal{K} heißt *linear*, falls es Klauseln $R_0, R_1, R_2, \dots, R_n$ so gibt, dass

$$\begin{aligned} R_0 &\in \mathcal{K}, \\ R_i &\in \text{res}(R_{i-1}, C_{i-1}) \text{ mit } C_{i-1} \in \mathcal{K} \cup \{R_1, R_2, \dots, R_{i-2}\}, 1 \leq i \leq n, \\ R_n &= R \end{aligned}$$

gelten.

Definition: Eine Resolution über einer Klauselmenge F heißt *Input-Resolution*, wenn bei jeder Bildung von Resolventen $\text{Res}(K_1, K_2)$ eine der Klauseln K_1 oder K_2 zur Ausgangsmenge F gehört.

Zeigen Sie, dass jede Input-Resolution linear ist.

2. Zeigen Sie, dass es eine Klauselmenge gibt, aus der die leere Menge resolvierbar ist, für die es aber keine Input-Resolution (siehe Aufgabe 1) der leeren Menge gibt.
3. Man beweise, dass für die Klauselmenge eines beliebigen unerfüllbaren Hornausdrucks eine Input-Resolution (siehe Aufgabe 1) der leeren Menge existiert.
4. *Zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung:* Man beweise für alle aussagenlogischen Ausdrücke A mittels vollständiger Induktion über den Aufbau (struktureller Induktion) die folgenden Eigenschaften.
- Auf eine Variable oder $)$ folgt in A eines der Symbole $)$, \wedge , \vee , \rightarrow , oder \leftrightarrow , oder die Variable bzw. $)$ ist das letzte Symbol des Wortes.
 - $\#_{(A)} = \#_{) (A)} = \#_{\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}}(A)$.
5. *Zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung:* Vereinfachen Sie folgende aussagenlogische Ausdrücke durch äquivalentes Umformen.
- $((p_1 \vee \neg(p_2 \wedge p_1)) \wedge (p_3 \vee (p_4 \vee p_3)))$
 - $(\neg p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3)$