Logik

Übungsblatt 7
(für die 48. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2011/2012

Magdeburg, 22. November 2011

1. Man zeige mit der aussagenlogischen Resolutionsmethode, dass der aussagenlogische Ausdruck

   $$F = ((p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge \neg p)$$

   unerfüllbar ist.

2. Bestimmen Sie $\mathrm{res}^*(K)$ für

   $$K = \{\{p, q, r\}, \{\neg p, \neg q, \neg r\}\}.$$

3. Es sei n eine beliebige positive natürliche Zahl. Bestimmen Sie

   $$\mathrm{res}^*(\{\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}, \{\neg p_1, \neg p_2, \ldots, \neg p_n\}\}).$$

4. Man beweise oder gebe ein Gegenbeispiel (F und G seien aussagenlogische Ausdrücke):

   a) Falls $(F \to G)$ Tautologie ist und F Tautologie ist, so ist G Tautologie.
   b) Falls $(F \to G)$ Tautologie ist und F erfüllbar ist, so ist G erfüllbar.
   c) Falls $(F \to G)$ erfüllbar ist und F erfüllbar ist, so ist G erfüllbar.

5. Ein aussagenlogischer Ausdruck in konjunktiver Normalform $(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$ heißt Hornausdruck, wenn jede Alternative A_i, $1 \leq i \leq m$, höchstens eine nichtnegierte Variable enthält.

   Zeigen Sie, dass es nicht zu jedem aussagenlogischen Ausdruck einen semantisch äquivalenten Hornausdruck gibt.