

Logik

Übungsblatt 4 (für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2011/2012

Magdeburg, 1. November 2011

1. Untersuchen Sie, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind.
 - a) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3) \vee ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow \neg p_3)$,
 - b) $((p_1 \wedge p_2) \vee p_3)$,
 - c) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_3))$,
 - d) $(\neg((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3) \vee p_3)$.
2. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen bezüglich der semantischen Äquivalenz in der Menge aller aussagenlogischen Ausdrücke mit den Variablen p_1, p_2, \dots, p_n .
3. Geben Sie die Definitionen der Begriffe *parallele Substitution* und *sequentielle Substitution* und Sätze über diese Substitutionen wider.
4. Beweisen Sie mithilfe von Sätzen über parallele Substitution und/oder von Sätzen über sequentielle Substitution formal und ausführlich, dass jeweils die aussagenlogischen Ausdrücke
 - a) $\neg(A \rightarrow B)$ und $(A \wedge \neg B)$,
 - b) $(A \wedge (A \vee B))$ und Afür beliebige aussagenlogische Ausdrücke A und B semantisch äquivalent sind.
5. Beweisen Sie durch äquivalentes Umformen, dass folgende aussagenlogische Ausdrücke für beliebige aussagenlogische Ausdrücke A, B, C und D semantisch äquivalent sind:
 - a) $((A \vee B) \wedge (C \vee D))$ und $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg D)$,
 - b) $((A \vee B) \vee (C \vee D))$ und $((A \vee C) \vee D) \vee B$.
6. Oecker ist krank und muss ins Krankenhaus. Dort wird er von einem Professor und einem Medizinstudenten untersucht. Es entwickelt sich folgende ärztliche Diskussion.

Professor: „Der Patient leidet an einer oder mehreren der folgenden Krankheiten: der Hirnversalzung, dem Gummikauzwang und der intermittierenden Nasophobie.“ Student: „Wenn er Gummikauzwang hat, dann muss er auch intermittierende Nasophobie haben.“ Professor: „Wenn er allerdings an intermittierender Nasophobie leidet, dann hat er Gummikauzwang und keine Hirnversalzung.“ Student: „Wobei man noch berücksichtigen muss, dass eine Hirnversalzung immer auch Gummikauzwang verursacht.“

 - a) Formalisieren Sie obige natürlichsprachige Aussagen mit einem aussagenlogischen Ausdruck A .
 - b) Ermitteln Sie, an welchen Krankheiten Oecker leidet.