

Logik

Übungsblatt 3 (für die 44. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2011/2012

Magdeburg, 25. Oktober 2011

1. Es sei A ein aussagenlogischer Ausdruck und A' entstehe aus A durch Streichen aller in A vorkommenden Zeichen \neg . Zeigen Sie durch vollständige Induktion über den Aufbau von A (also durch strukturelle Induktion), dass auch A' ein aussagenlogischer Ausdruck ist.
2. Bestimmen Sie sukzessive und nachvollziehbar den Wert der folgenden Ausdrücke jeweils für die Belegungen α und β , die durch

$$\alpha(p_1) = \alpha(p_2) = 1 \text{ und } \alpha(p_3) = \alpha(p_4) = 0 \text{ sowie} \\ \beta(p_1) = \beta(p_3) = 1 \text{ und } \beta(p_2) = \beta(p_4) = 0$$

gegeben sind.

- a) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3) \rightarrow p_4$,
 - b) $((p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_3 \leftrightarrow \neg p_4)) \rightarrow \neg p_1$.
3. Was ist eine Boolesche Funktion? Geben Sie alle einstelligen Booleschen Funktionen an.
 4. Welche Booleschen Funktionen werden von den folgenden Ausdrücken induziert?
 - a) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3)$,
 - b) $((p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_1)) \rightarrow p_1$,
 - c) $((p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2)) \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_2)$.
 5. Man zeige die semantische Äquivalenz folgender Ausdrücke.
 - a) $(p_1 \rightarrow p_2)$ und $(\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)$,
 - b) $(p_1 \vee (p_2 \wedge \neg p_2))$ und p_1 ,
 - c) $(p_1 \leftrightarrow p_2)$ und $((p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$.