Logik

Übungsblatt 8
(für die 49. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2010/2011

Magdeburg, 30. November 2010

1. Wenden Sie den Algorithmus zum Testen der Erfüllbarkeit von Hornausdrücken auf die folgenden Ausdrücke an. Man gebe gegebenenfalls eine erfüllende Belegung an.

   a) $((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_4) \wedge \neg p_3 \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_2 \vee p_1) \wedge p_2 \wedge (\neg p_5 \vee p_4) \wedge p_5)$,

   b) $((p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3))$,

   c) $((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge p_1)$.

2. Man vergleiche folgende Algorithmen zum Entscheiden der Erfüllbarkeit von aussagenlogischen Ausdrücken:

   - Definitionsbasierter Algorithmus zum Entscheiden der Erfüllbarkeit (Durchtesten aller Belegungen),
   - Resolutionsalgorithmus zum Entscheiden der Erfüllbarkeit,
   - Algorithmus zum Testen der Erfüllbarkeit von Hornausdrücken.

3. „Worin besteht das Geheimnis Ihres langen Lebens?“, wurde ein 100-Jähriger gefragt. „Ich halte mich streng an die Diätregeln: Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann habe ich immer Fisch. Immer, wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme. Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an.“

   Der Fragensteller fand diesen Ratschlag ziemlich verwirrend. Können Sie ihn vereinfachen?

4. Geben Sie die Definition der Begriffe

   - Basismenge und Signatur einer prädikatenlogischen Sprache (erster Stufe),
   - Menge der Terme über einer Signatur,
   - Menge der prädikatenlogischen Ausdrücke über einer Signatur.

5. Gegeben sei die Signatur $\mathcal{S}$ mit $R_1 = \{r\}$, $F_2 = \{f\}$ und $K = F_1 = R_2 = R_i = F_i = \emptyset$ für $i \geq 3$.

   a) Bestimmen Sie alle Terme t über $\mathcal{S}$, deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 20 ist und die als Variable nur x enthalten.

   b) Bestimmen Sie über der Variablenmenge $\mathrm{var} = \{x, y\}$ alle Terme t über $\mathcal{S}$, deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 12 ist.

   c) Welche Ausdrücke gibt es über $\mathcal{S}$ über der Variablenmenge $\mathrm{var} = \{x, y\}$, deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 14 ist?