Logik

Übungsblatt 4
(für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2010/2011

Magdeburg, 2. November 2010

1. Untersuchen Sie, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind.

   a) $(((p_1 \to p_2) \to p_3) \vee ((p_1 \to p_2) \to \neg p_3))$,

   b) $((p_1 \wedge p_2) \vee p_3)$,

   c) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_3))$,

   d) $(\neg((p_1 \vee p_2) \to p_3) \vee p_3)$.

2. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen bezüglich der semantischen Äquivalenz in der Menge aller aussagenlogischen Ausdrücke mit den Variablen $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

3. Geben Sie die Definitionen der Begriffe *parallele Substitution* und *sequentielle Substitution* und Sätze über diese Substitutionen wider.

4. Beweisen Sie mithilfe von Sätzen über parallele Substitution und/oder von Sätzen über sequentielle Substitution formal und ausführlich, dass jeweils die aussagenlogischen Ausdrücke

   a) $\neg(A \to B)$ und $(A \wedge \neg B)$,

   b) $(A \wedge (A \vee B))$ und A

   für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A und B semantisch äquivalent sind.

5. Beweisen Sie durch äquivalentes Umformen, dass folgende aussagenlogische Ausdrücke für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A, B, C und D semantisch äquivalent sind:

   a) $((A \vee B) \wedge (C \vee D))$ und $\neg((\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg D))$,

   b) $((A \vee B) \vee (C \vee D))$ und $(((A \vee C) \vee D) \vee B)$.

6. Oecker ist krank und muss ins Krankenhaus. Dort wird er von einem Professor und einem Medizinstudenten untersucht. Es entwickelt sich folgende ärztliche Diskussion.

   Professor: „Der Patient leidet an einer oder mehreren der folgenden Krankheiten: der Hirnversalzung, dem Gummikauzwang und der intermittierenden Nasophobie.“ Student: „Wenn er Gummikauzwang hat, dann muss er auch intermittierende Nasophobie haben.“ Professor: „Wenn er allerdings an intermittierender Nasophobie leidet, dann hat er Gummikauzwang und keine Hirnversalzung.“ Student: „Wobei man noch berücksichtigen muss, dass eine Hirnversalzung immer auch Gummikauzwang verursacht.“

   a) Formalisieren Sie obige natürlichsprachige Aussagen mit einem aussagenlogischen Ausdruck A.

   b) Ermitteln Sie, an welchen Krankheiten Oecker leidet.