

# Logik

## Übungsblatt 12 (für die 3. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Wintersemester 2009/2010

Magdeburg, 11. Januar 2010

1. Christine, Stephan und Katja gehören dem Alpenverein an. Jedes Mitglied des Alpenvereins ist entweder Snowboarder oder Bergwanderer oder beides. Kein Bergwanderer liebt den Regen, und alle Snowboarder lieben Schnee. Stephan liebt alles, was Christine nicht liebt und umgekehrt. Stephan und Katja lieben den Schnee. Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergwanderer und kein Snowboarder ist?

Formulieren Sie dieses Rätsel in einer prädikatenlogischen Sprache, und verwenden Sie die Methode der Antwortklausel, um es zu lösen.

2. Gegeben seien das Logikprogramm

$$F = \{\{p(x, z), \neg q(x, y), \neg p(y, z)\}, \{p(u, u)\}, \{q(a, b)\}\},$$

und die Zielklausel  $G = \{\neg p(v, b)\}$ , wobei  $x, y, z, u$  und  $v$  Variable sowie  $a$  und  $b$  Konstanten sind. Geben Sie zwei verschiedene Lösungen und eine Berechnung, die nicht erfolgreich ist, an.

3. *Zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung:* Man beweise für alle aussagenlogischen Ausdrücke  $A$  mittels vollständiger Induktion über den Aufbau (struktureller Induktion) die folgenden Eigenschaften.

- a) Auf eine Variable oder  $)$  folgt in  $A$  eines der Symbole  $), \wedge, \vee, \rightarrow,$  oder  $\leftrightarrow,$  oder die Variable bzw.  $)$  ist das letzte Symbol des Wortes.
- b)  $\#_{(}(A) = \#_{)}(A) = \#_{\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}}(A)$ .

4. *Zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung:* Vereinfachen Sie folgende aussagenlogische Ausdrücke durch äquivalentes Umformen.

- a)  $((p_1 \vee \neg(p_2 \wedge p_1)) \wedge (p_3 \vee (p_4 \vee p_3)))$
- b)  $(\neg p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3)$

5. *Zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung:* Bestimmen Sie für den aussagenlogischen Ausdruck

$$((p \leftrightarrow q) \wedge r)$$

einen semantisch äquivalenten Ausdruck in konjunktiver Normalform sowie einen semantisch äquivalenten Ausdruck in disjunktiver Normalform. Benutzen Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie einmal die Methode des semantisch äquivalenten Umformens.