Logik

Übungsblatt 11
(für die 2. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2009/2010

Magdeburg, 21. Dezember 2009

1. Beweisen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution, dass aus den Gruppenaxiomen

   - Assoziativität,
   - Existenz eines links-neutralen Elements und
   - Existenz eines Links-Inversen

   die Existenz eines Rechts-Inversen folgt.

   Es ist eine dreistelliges Relation $p(x, y, z)$ gegeben, die $x \circ y = z$ ausdrückt. Überführen Sie dafür die folgenden Axiome (1), (2), (3) und $\neg(4)$ über die Skolemform in Klauselform.

   (1) $\forall x \forall y \exists z\, p(x, y, z)$ (Abgeschlossenheit)

   (2) $\forall u \forall v \forall w \forall x \forall y \forall z\, ((p(x, y, u) \wedge p(y, z, v)) \rightarrow (p(x, v, w) \leftrightarrow p(u, z, w)))$ (Assoziativität)

   (3) $\exists x (\forall y\, p(x, y, y) \wedge \forall y \exists z\, p(z, y, x))$ (Existenz links-neutrales Element und Links-Inverses)

   (4) $\exists x (\forall y\, p(x, y, y)) \wedge \forall y \exists z\, p(y, z, x))$ (Existenz Rechts-Inverses)

   Verwenden Sie bei der Skolemisierung die Funktionssymbole m (zweistellig), l (einstellig), r (einstellig) sowie das Konstantensymbol e.

2. *Definition*: Eine Resolution über einer Klauselmenge F heißt *Input-Resolution*, wenn bei jeder Bildung von Resolventen $Res(K_1, K_2)$ eine der Klauseln K_1 oder K_2 zur Ausgangsmenge F gehört.

   Zeigen Sie, dass jede Input-Resolution linear ist.

3. Zeigen Sie, dass es eine Klauselmenge gibt, aus der die leere Menge resolvierbar ist, für die es aber keine Input-Resolution (siehe Aufgabe 2) der leeren Menge gibt.

4. Man beweise, dass für die Klauselmenge eines beliebigen unerfüllbaren Hornausdrucks eine Input-Resolution (siehe Aufgabe 2) der leeren Menge existiert.

5. Berechnen Sie das Produkt $2 \cdot 2$ mittels prädikatenlogischer Resolution.