# Logik

## Übungsblatt 4
## (für die 46. Kalenderwoche)

*zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow*
*im Wintersemester 2009/2010*

Magdeburg, 2. November 2009

1. Vereinfachen Sie folgende aussagenlogisdche Ausdrücke durch äquivalentes Umformen.

   a) $((p_1 \vee (p_1 \wedge \neg p_1)) \wedge (p_1 \vee \neg p_1))$

   b) $((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_1 \wedge (p_2 \wedge p_3)))$

   c) $((p_1 \wedge (\neg p_1 \vee p_2)) \vee (p_2 \wedge (p_1 \wedge (p_1 \vee p_2))))$

   d) $(\neg p_1 \rightarrow \neg(p_1 \rightarrow \neg p_2))$

2. Oecker ist krank und muss ins Krankenhaus. Dort wird er von einem Professor und einem Medizinstudenten untersucht. Es entwickelt sich folgende ärztliche Diskussion: Professor: Der Patient leidet an einer oder mehreren der folgenden Krankheiten: der Hirnversalzung, dem Gummikauzwang und der intermittierenden Nasophobie. Student: Wenn er Gummikauzwang hat, dann muss er auch intermittierende Nasophobie haben. Professor: Wenn er allerdings an intermittierender Nasophobie leidet, dann hat er Gummikauzwang und keine Hirnversalzung. Student: Wobei man noch berücksichtigen muss, dass eine Hirnversalzung immer auch Gummikauzwang verursacht. An welcher Krankheit bzw. an welchen Krankheiten leidet Oecker?

   a) Formalisieren Sie obige natürlichsprachige Aussagen mit einem aussagenlogischen Ausdruck $A$.

   b) Stellen Sie eine Wahrheitstafel für $A$ auf und leiten Sie daraus ab, an welchen Krankheiten Oecker leidet.

3. Für $n \geq 1$ führen wir die abkürzende Schreibweise

   $$\bigvee_{i=1}^{n} p_i = p_1 \vee p_2 \vee \cdots \vee p_n$$

   ein, wobei wir (wie bei den Normalformen) auf die Klammern verzichten.

   Beweisen Sie durch vollständige Induktion für alle $n \geq 1$, dass

   $$\neg\left(\bigvee_{i=1}^{n} p_i\right) \equiv \left(\bigwedge_{i=1}^{n} \neg p_i\right)$$

   gilt.

4. Beweisen Sie, dass es einen aussagenlogischen Ausdruck $A$ gibt, zu dem kein zu $A$ semantisch äquivalenter Ausdruck existiert, für dessen Aufbau nur Variablen, Klammern, $\wedge$ und $\vee$ benutzt werden.

5. Bestimmen Sie semantisch äquivalente Ausdrücke in konjunktiver Normalform sowie semantisch äquivalente Ausdrücke in disjunktiver Normalform zu den folgenden Ausdrücken. Benutzen Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie je einmal die Methode des semantisch äquivalenten Umformens.

   a) $((p_1 \rightarrow p_2) \wedge p_3)$,

   b) $((p_2 \leftrightarrow p_3) \vee (p_1 \vee p_3))$,

   c) $(((p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \rightarrow p_2)) \vee (p_1 \leftrightarrow p_3))$.