Logik

Übungsblatt 3
(für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2009/2010

Magdeburg, 26. Oktober 2009

1. Untersuchen Sie, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind.

   a) $(((p_1 \to p_2) \to p_3) \vee ((p_1 \to p_2) \to \neg p_3))$,
   b) $((p_1 \wedge p_2) \vee p_3)$,
   c) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_3))$,
   d) $(\neg((p_1 \vee p_2) \to p_3) \vee p_3)$.

2. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen bezüglich der semantischen Äquivalenz in der Menge aller aussagenlogischen Ausdrücke mit den Variablen $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

3. Geben Sie die Definitionen der Begriffe *parallele Substitution* und *sequentielle Substitution* und Sätze über diese Substitutionen wider.

4. Beweisen Sie mithilfe von Sätzen über parallele Substitution und/oder von Sätzen über sequentielle Substitution formal und ausführlich, dass jeweils die aussagenlogischen Ausdrücke

   a) $\neg(A \to B)$ und $(A \wedge \neg B)$,
   b) $(A \wedge (A \vee B))$ und A

   für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A und B semantisch äquivalent sind.

5. Beweisen Sie durch äquivalentes Umformen, dass folgende aussagenlogische Ausdrücke für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A, B, C und D semantisch äquivalent sind:

   a) $((A \vee B) \wedge (C \vee D))$ und $\neg((\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg D))$,
   b) $((A \vee B) \vee (C \vee D))$ und $(((A \vee C) \vee D) \vee B)$.

6. Zeigen Sie, dass es zu jedem aussagenlogischen Ausdruck A einen zu A semantisch äquivalenten Ausdruck gibt, für dessen Aufbau neben Variablen und Klammern nur

   a) $\wedge$ und $\neg$,
   b) $\vee$ und $\neg$,
   c) $\to$ und $\neg$ verwendet werden.