

# Logik

## Übungsblatt 2 (für die 44. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Wintersemester 2009/2010

Magdeburg, 19. Oktober 2009

1. Es sei  $A$  ein aussagenlogischer Ausdruck und  $A'$  entstehe aus  $A$  durch Streichen aller in  $A$  vorkommenden Zeichen  $\neg$ . Zeigen Sie durch vollständige Induktion über den Aufbau von  $A$  (also durch strukturelle Induktion), dass auch  $A'$  ein aussagenlogischer Ausdruck ist.
2. Bestimmen Sie sukzessive und nachvollziehbar den Wert der folgenden Ausdrücke jeweils für die Belegungen  $\alpha$  und  $\beta$ , die durch

$$\alpha(p_1) = \alpha(p_2) = 1 \text{ und } \alpha(p_3) = \alpha(p_4) = 0 \text{ sowie} \\ \beta(p_1) = \beta(p_3) = 1 \text{ und } \beta(p_2) = \beta(p_4) = 0$$

gegeben sind.

- a)  $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3) \rightarrow p_4$ ,
  - b)  $((p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_3 \leftrightarrow \neg p_4)) \rightarrow \neg p_1$ .
3. Was ist eine Boolesche Funktion? Geben Sie alle einstelligen Booleschen Funktionen an.
  4. Welche Booleschen Funktionen werden von den folgenden Ausdrücken induziert?
    - a)  $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3)$ ,
    - b)  $((p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_1)) \rightarrow p_1$ ,
    - c)  $((p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2)) \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_2)$ .
  5. Man zeige die semantische Äquivalenz folgender Ausdrücke.
    - a)  $(p_1 \rightarrow p_2)$  und  $(\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)$ ,
    - b)  $(p_1 \vee (p_2 \wedge \neg p_2))$  und  $p_1$ ,
    - c)  $(p_1 \leftrightarrow p_2)$  und  $((p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$ .