Logik für Bachelor

Übungsblatt 12
(für die 5. Kalenderwoche 2009)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2008/2009

Magdeburg, 20. Januar 2009

1. Bestimmen Sie für die Zeitlinien (M_1, x_1) und (M_2, x_2) jeweils die Werte der temporalen aussagenlogischen Ausdrücke

   a) $(Fp \wedge (q\, U\, p))$,
   b) $(G^{\infty}p \rightarrow (Fp \leftrightarrow Gq))$,
   c) GFq.

   Dabei ist $M_1 = (S_1, L_1)$ mit $S_1 = \{s_1, s_2\}$ und $L_1(s_1) = \{p\}$, $L_1(s_2) = \{q\}$ sowie für $i \geq 0$

   $$x_1(i) = \begin{cases} s_1 & \text{falls } i \text{ gerade ist,} \\ s_2 & \text{falls } i \text{ ungerade ist,} \end{cases}$$

   und $M_2 = (S_2, L_2)$ mit $S_2 = \{s_1, s_2, s_3\}$ und $L_2(s_1) = \{p\}$, $L_2(s_2) = \{p, q\}$, $L_2(s_3) = \{q\}$ sowie

   $$x_2(i) = \begin{cases} s_3 & \text{für } i = 0, \\ s_2 & \text{für } i = 1, \\ s_1 & \text{für } i \geq 2. \end{cases}$$

2. Bestimmen Sie für den aussagenlogischen Ausdruck

   $$((p \leftrightarrow q) \wedge r)$$

   einen semantisch äquivalenten Ausdruck in konjunktiver Normalform sowie einen semantisch äquivalenten Ausdruck in disjunktiver Normalform. Benutzen Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie einmal die Methode des semantisch äquivalenten Umformens.

3. Man zeige mit der aussagenlogischen Resolutionsmethode, dass der aussagenlogische Ausdruck

   $$F = ((p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge \neg p)$$

   unerfüllbar ist.

4. Wenden Sie (wenn möglich) den Hornformelalgorithmus auf die folgenden aussagenlogischen Ausdrücke an. Geben Sie jeweils das Zwischenergebnis nach jedem Schleifendurchlauf an. Das Ergebnis ist zu interpretieren.

   a) $((\neg p \vee q) \wedge (q \vee s) \wedge q)$,
   b) $((\neg p \vee \neg q \vee \neg s) \wedge \neg t \wedge (\neg r \vee p) \wedge r \wedge q \wedge (\neg p \vee s))$.