Logik für Bachelor

Übungsblatt 10
(für die 3. Kalenderwoche 2009)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2008/2009

Magdeburg, 18. Dezember 2008

1. Geben Sie die Definitionen der Begriffe Unifikator und allgemeinster Unifikator an.

2. Bestimmen Sie jeweils den allgemeinsten Unifikator für die Ausdrücke

   a) $r(g(x,b), h(y, g(b,z)))$ und $r(g(a,u), h(g(b,a), v))$,
   b) $r(g(x,b), h(y, g(b,z)))$ und $r(g(a,a), h(b,b))$,
   c) $r(g(x,b), h(y, g(b,z)))$ und $r(g(x,b), h(y, h(b,z)))$,
   d) $r(x,y)$, $r(f(a), g(x))$ und $r(f(z), g(f(z)))$.

   Hierbei sind u, v, x, y, z Variablen und a, b Konstantensymbole.

3. Bestimmen Sie (bis auf Variablenumbenennung) alle Resolventen der Klauseln

$$\{\neg r_1(x,y),\ \neg r_1(f(a), g(u,b)),\ r_2(x,u)\} \quad \text{und} \quad \{r_1(f(x), g(a,b)),\ \neg r_2(f(a),b),\ \neg r_2(a,b)\},$$

   wobei a, b Konstantensymbole, x, y, u Variablen, r_1, r_2 Relationssymbole und f, g Funktionssymbole sind.

4. Es sei die endliche prädikatenlogische Klauselmenge

$$F = \{\{r_1(x), r_2(f(x))\}, \{r_1(y), \neg r_1(f(y))\}\}$$

   gegeben, wobei x, y Variablen, r_1, r_2 Relationssymbole und f ein Funktionssymbol sind. Man zeige, dass für alle $n \geq 0$

$$Res^n(F) \neq Res^*(F)$$

   gilt.

5*. Beweisen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution, dass aus den Gruppenaxiomen

   - Assoziativität,
   - Existenz eines links-neutralen Elements und
   - Existenz eines Links-Inversen

   die Existenz eines Rechts-Inversen folgt.

   Es ist eine dreistelliges Relation $p(x,y,z)$ gegeben, die $x \circ y = z$ ausdrückt. Überführen Sie dafür die folgenden Axiome (1), (2), (3) und $\neg$(4) über die Skolemform in Klauselform.

   (1) $\forall x \forall y \exists z\, p(x,y,z)$ (Abgeschlossenheit)
   (2) $\forall u \forall v \forall w \forall x \forall y \forall z\, ((p(x,y,u) \wedge p(y,z,v)) \rightarrow (p(x,v,w) \leftrightarrow p(u,z,w)))$ (Assoziativität)
   (3) $\exists x (\forall y\, p(x,y,y) \wedge \forall y \exists z\, p(z,y,x))$ (Existenz links-neutrales Element und Links-Inverses)
   (4) $\exists x (\forall y\, p(x,y,y)) \wedge \forall y \exists z\, p(y,z,x))$ (Existenz Rechts-Inverses)

   Verwenden Sie bei der Skolemisierung die Funktionssymbole m (zweistellig), l (einstellig), r (einstellig) sowie das Konstantensymbol e.

*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.